

BAA101 Matematika 1

Informace ke zkoušce

Semestrální zkouška

- ▷ Je písemná;
- ▷ trvá 90 minut;
- ▷ každý student řeší 4 příklady;
- ▷ příklady budou vybrané tak, aby z okruhu témat příkladů skupiny I, II, III uvedených níže byl zařazen alespoň jeden příklad (zkoušející učitel může úlohy doplnit či modifikovat);
- ▷ po písemné části mohou být položeny i otázky vycházející z přednášek a cvičení;
- ▷ každý student má povinnost prokázat u zkoušky svoji identitu platným Identifikačním průkazem studenta (lze nahradit i jiným platným dokladem opatřeným fotografií);
- ▷ každý student si přinese psací potřeby a 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4 napevno sešité sponkou (sešívačkou, nikoliv dopisovou sponou), podepíše si je, volné listy papírů nejsou povoleny;
- ▷ nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky, studenti, kteří toto poruší, budou ze zkoušky vyloučeni a hodnoceni známkou F;
- ▷ osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky;
- ▷ semestrální zkouška studenta je úspěšná, když součet bodů z písemného zkoušení (max. 100b) je alespoň 50b podle tabulky Studijního a zkušebního řádu VUT.

Okruhy témat k závěrečné zkoušce z předmětu BAA101

I. Lineární algebra, vektorový počet

1. Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic (dále SLAR) Gaussovou eliminační metodou.
2. Řešení maticových rovnic užitím inverze matic.
3. Určení vlastních čísel a vlastních vektorů matice.
4. Úlohy na prostorový trojúhelník (délky stran, délky výšek, velikosti úhlů při vrcholech, plošný obsah).
5. Výpočet obsahu rovnoběžníku určeného dvojicí nekolineárních vektorů a nalezení vektoru s danou vlastností kolmého k zadaným vektorům v ortonormální bázi.
6. Výpočet objemu a výšky rovnoběžnostěnu/čtyřstěnu určeného trojicí nekomplanárních vektorů v ortonormální bázi, výpočet délky výšky rovnoběžnostěnu na danou stěnu.

II. Funkce jedné reálné proměnné a její diferenciální počet

1. Znaménko a definiční obor racionální funkce.
2. Rozklad racionální funkce v součet polynomu a parciálních zlomků.
3. Průběh funkce.
4. Rovnice tečny a normály složené funkce.
5. Derivace složené funkce včetně úpravy výsledku.
6. Taylorův polynom v bodě x_0 , Maclaurinův polynom.

III. Integrální počet

1. Integrace pomocí substituce.
2. Integrace metodou per-partes.
3. Integrace racionální funkce.
4. Integrace goniometrických funkcí.
5. Integrace iracionálních funkcí.

BAA101 – ukázková písemná práce

1. Máme následující funkci: $f(x) = \frac{8}{4-x^2}$. Najděte: [25b]

- a) definiční obor funkce, znaménko funkce;
- b) sudost, lichost; průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami;
- c) intervaly monotonie, lokální extrém, pokud existují, vypočítejte funkční hodnoty;
- d) konvexnost, konkávnost, inflexní body, pokud existují, vypočítejte funkční hodnoty;
- e) asymptoty grafu funkce;
- f) graf zadané funkce.

2. Řešte soustavu lineárních rovnic Gaussovou eliminační metodou. [25b]

$$\begin{array}{rrrrrrcl} 2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & - & 5x_4 & = & 1 \\ & x_1 & - & x_2 & - & 5x_3 & & = & 2 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & - & 2x_3 & - & 5x_4 & = & 3 \\ 7x_1 & - & 5x_2 & - & 9x_3 & - & 10x_4 & = & 8 \end{array}$$

- a) Napište, kdy má soustava řešení.
- b) Určete počet parametrů.
- c) Položte parametry a запиšte pro ně řešení.

3. Určete všechna vlastní čísla a všechny vlastní vektory matice. [25b]

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Vypočtěte integrál [25b]

$$\int \cos^5 x \, dx.$$

BAA101 – ukázková písemná práce

1. Určete Taylorův polynom 3. stupně funkce $f(x)$ v bodě $x_0 = 2$. [25b]

$$f(x) = 1 + \ln(x^2 - 3)$$

2. Pomocí inverzních matic určete matice X a Y , pro které platí: [25b]

$$\begin{aligned} X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + Y \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3. Rozložte funkci $f(x)$ v součet polynomu s parciálními zlomky. [25b]

$$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x + 3}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$$

4. Vypočtěte integrál [25b]

$$\int (x^2 - x + 2) \cdot \sin 3x \, dx.$$

BAA101 – ukázková písemná práce

1. Je dána funkce $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-2}{x-1}$. Určete: [25b]

- a) definiční obor funkce $f(x)$;
- b) derivaci funkce $f(x)$, tuto derivaci upravte na co nejjednodušší tvar;
- c) rovnici tečny a normály ke grafu funkce $f(x)$ v bodě $x_0 = 0$.

2. Pomocí inverzní matice určete matici X , pro kterou platí: $X \cdot A + 2B = C$. [25b]

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -4 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Jsou dány body $A = [1, 3, -2]$, $B = [4, -1, -3]$, $C = [-1, 1, -3]$. Určete: [20b]

- a) obsah trojúhelníku ABC ,
- b) délku strany $a = BC$,
- c) délku výšky v_a ,
- d) velikost úhlu $\alpha = \angle BAC$,
- e) vektor $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ kolmý k vektorům $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ takový, že $x_1 + x_2 + x_3 = 7$.

4. Vypočtěte integrály. [30b]

a) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$

b) $\int \frac{x}{(1 + x^2)^3} dx$

BAA101 – ukázková písemná práce

1. Určete Maclaurinův polynom 4. stupně funkce $f(x)$. [25b]

$$f(x) = \frac{1-x}{e^{-2x}}$$

2. Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu rovnic a pomocí Frobeniovy věty zdůvodněte existenci a počet řešení. [25b]

$$\begin{array}{rrrrrr} x & + & y & + & 2z & + & 3u & = & 1 \\ x & + & 2y & - & z & + & u & = & 1 \\ 3x & + & 5y & - & 2z & + & 5u & = & 7 \\ 2x & - & y & + & 13z & + & 12u & = & 2 \end{array}$$

3. Jsou dány vektory $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = -6\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Určete: [20b]
- a) zda vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ jsou nebo nejsou komplanární;
 - b) objem rovnoběžnostěnu určeného vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$;
 - c) obsah stěny určené vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$;
 - d) délku výšky rovnoběžnostěnu na stěnu určenou vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$.

4. Vypočtěte integrál [30b]

$$\int \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^3 - 1} dx.$$

Irena Hinterleitner
garant předmětu