

BAA001 Matematika 1

Informace ke zkoušce

Semestrální zkouška

- ▷ Je písemná;
- ▷ trvá 90 minut;
- ▷ každý student řeší 3 velké příklady a 2 otázky (2 malé příklady) (max 100b=85b+15b);
- ▷ velké příklady budou vybrány tak, aby z okruhu témat příkladů skupiny I, II uvedených níže byl zařazen alespoň jeden příklad (zkoušející učitel může úlohy doplnit či modifikovat);
- ▷ malé příklady se týkají veškeré látky probírané během semestru;
- ▷ po písemné části mohou být položeny i otázky vycházející z přednášek a cvičení;
- ▷ každý student má povinnost prokázat u zkoušky svoji identitu platným Identifikačním průkazem studenta (lze nahradit i jiným platným dokladem opatřeným fotografií);
- ▷ každý student si přinese psací potřeby a 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4 napevno sešité sponkou (sešívačkou, nikoliv dopisovou sponou), podepíše si je, volné listy papírů nejsou povoleny;
- ▷ nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky, studenti, kteří toto poruší, budou ze zkoušky vyloučeni a hodnoceni známkou F;
- ▷ osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky;
- ▷ semestrální zkouška studenta je úspěšná, když součet bodů z písemného zkoušení (max. 100b) je alespoň 50b podle tabulky Studijního a zkušebního řádu VUT.

Studenti mají k dispozici generátor základních typů zkouškových příkladů na adrese <https://math.fce.vutbr.cz/baa001/> (nové zadání – reload stránky).

Okruhy témat k závěrečné zkoušce z předmětu BAA001

I. Funkce jedné reálné proměnné a její diferenciální počet

1. Znaménko a definiční obor racionální funkce.
2. Rozklad racionální funkce v součet polynomu a parciálních zlomků.
3. Průběh funkce.
4. Rovnice tečny a normály složené funkce.
5. Derivace složené funkce včetně úpravy výsledku.
6. Taylorův polynom v bodě x_0 , Maclaurinův polynom.

II. Lineární algebra, vektorový počet

1. Řešení soustavy lineárních algebraických rovnic (dále SLAR) Gaussovou eliminační metodou.
2. Řešení maticových rovnic užitím inverze matic.
3. Určení vlastních čísel a vlastních vektorů matice.
4. Úlohy na prostorový trojúhelník (délky stran, délky výšek, velikosti úhlů při vrcholech, plošný obsah).
5. Výpočet obsahu rovnoběžníku určeného dvojicí nekolineárních vektorů a nalezení vektoru s danou vlastností kolmému k zadaným vektorům v ortonormální bázi.
6. Výpočet objemu a výšky rovnoběžnostěnu/čtyřstěnu určeného trojicí nekomplanárních vektorů v ortonormální bázi, výpočet délky výšky rovnoběžnostěnu na danou stěnu.

BAA001 – ukázková písemná práce

1. Máme následující funkci: $f(x) = \frac{8}{4-x^2}$. Najděte: [30b]

- a) definiční obor funkce, znaménko funkce;
- b) sudost, lichost; průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami;
- c) intervaly monotonie, lokální extrémy, pokud existují, vypočítejte funkční hodnoty;
- d) konvexnost, konkávnost, inflexní body, pokud existují, vypočítejte funkční hodnoty;
- e) asymptoty grafu funkce;
- f) graf zadané funkce.

2. Gaussovou eliminační metodou řešte soustavu rovnic a pomocí Frobeniovy věty zdůvodněte existenci a počet řešení. [30b]

$$\begin{array}{rrcrcl} x & + & 2y & - & z & + & 3u & = & 5 \\ 2x & - & y & + & z & - & 2u & = & 0 \\ x & - & 3y & + & 2z & - & 5u & = & -5 \\ 3x & - & 4y & + & 3z & - & 7u & = & -5 \end{array}$$

3. Jsou dány vektory $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = -6\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$. Určete: [25b]

- a) zda vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ jsou nebo nejsou komplanární;
- b) objem rovnoběžnostěnu určeného vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$;
- c) obsah stěny určené vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$;
- d) délku výšky rovnoběžnostěnu na stěnu určenou vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$.

4. a) Uveďte, kdy lze násobit matice, a vlastnosti výsledné matice?

b) Lze násobit matice $A \cdot B$ a $C \cdot D$? Pouze zdůvodněte bez výpočtu. [8b]

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 10 \end{pmatrix}.$$

5. Napište obecný tvar rozkladu funkce f na parciální zlomky. [7b]

$$f(x) = \frac{3x+2}{x(1-x)^3(x^2+2)^2(x+5)}$$

BAA001 – ukázková písemná práce

1. Najděte Maclaurinův polynom 5. stupně funkce: [30b]

$$f(x) = x \cdot \ln(x + 1).$$

2. Určete všechna vlastní čísla a všechny vlastní vektory matice [30b]

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Jsou dány body $A = [1, 3, -2]$, $B = [4, -1, -3]$, $C = [-1, 1, -3]$. Určete: [25b]

- a) obsah trojúhelníku ABC ,
- b) délku strany $a = BC$,
- c) délku výšky v_a ,
- d) velikost úhlu $\alpha = \angle BAC$,
- e) vektor $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ kolmý k vektorům $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ takový, že $x_1 + x_2 + x_3 = 7$.

4. Určete obecnou rovnici tečny grafu funkce $f(x) = 2 + \operatorname{tg} 3x \cdot e^{\sin x}$ v bodě $T[0, ?]$. [8b]

5. Určete rozklad a znaménko polynomu $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$. [7b]

BAA001 – ukázková písemná práce

1. Určete první derivaci funkce $f(x)$, výsledek upravte na co nejjednodušší tvar. [30b]

$$f(x) = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} + \arctan \sqrt{x} - \sqrt{x}$$

2. Rozložte funkci $f(x)$ v součet polynomu s parciálními zlomky. [30b]

$$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x + 3}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$$

3. Pomocí inverzní matice řešte maticovou rovnici. [25b]

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Určete objem čtyřstěnu určeného vektory $\vec{a} = (2, 1, 4)$, $\vec{b} = (3, 1, 9)$, $\vec{c} = (5, 1, 25)$. [8b]

5. Určete definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \arcsin(2 - x)$. [7b]

Irena Hinterleitner
garant předmětu