

Informace k zápočtu z předmětu BAA004 (Matematika 4)

Harmonogram cvičení

1. Základy popisné statistiky: jednorozměrný datový soubor (uspořádaný, roztříděný, charakteristiky).
2. Výpočet klasické pravděpodobnosti, využití základních vlastností.
3. Podmíněná a úplná pravděpodobnost, Bayesova věta, nezávislost náhodných jevů.
4. Funkční a číselné charakteristiky náhodných veličin.
5. Funkční a číselné charakteristiky náhodných veličin - dokončení.
6. Transformace náhodných veličin. Vybraná diskrétní rozdělení pravděpodobnosti.
7. Vybraná diskrétní (Bi, Hg, Po) a spojitá (N) rozdělení pravděpodobnosti.
8. **Zápočtový test.** Aproximace rozdělení.
9. Dvourozměrný diskrétní náhodný vektor: funkční a číselné charakteristiky, nezávislost složek.
10. Výpočet bodových a intervalových odhadů pro parametry N a A.
11. Jednovýběrové testy hypotéz o parametrech N a A.
12. Dvouvýběrové testy hypotéz o parametrech N a A.
13. Testy dobré shody.

Zápočet

Požadavky nutné pro získání zápočtu sdělí studentům jejich vyučující během prvního cvičení. Především musí být splněny tyto podmínky:

- (i) neomluvené neúčasti nejsou povoleny,
- (ii) získání alespoň 40 bodů ze 100 na zápočtovém testu.

Zápočtový test je plánován v 8. týdnu semestru a trvá 45 minut. Tvoří jej příklady z témat probraných dle harmonogramu v prvních sedmi týdnech výuky na přednáškách a cvičení. U zápočtového testu je možné použít přehled základních vzorců a statistické tabulky zpracované či schválené garantem předmětu; žádné další vlastní písemně zpracované pomůcky nejsou povoleny. Student má povinnost prokázat u písemky svou totožnost ISIC kartou, případně jiným platným dokladem totožnosti.

Body ze zápočtové písemky se nepřenášejí do hodnocení zkoušky. Studentům, kteří nezískají požadovaný počet bodů, umožní vyučující jeden opravný test.

Ukázkový zápočtový test č. 1.

Příklad 1. V osudí je 5 zelených a 10 červených koulí. Najednou a bez vracení vytáhneme 2 koule.

- (a) Určete pravděpodobnost, že vytáhneme pouze červené koule.
- (b) Pokud je mezi vytaženými alespoň jedna zelená, provedeme ještě jeden další tah. Jaká je pravděpodobnost, že koule ve druhém tahu bude zelená?
- (c) Jestliže víme, že 3. koule byla zelená, jaká je pravděpodobnost, že v prvním tahu byly vytaženy dvě zelené?

Příklad 2. Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ 0.4, & -2 \leq x < -1, \\ 0.48, & -1 \leq x < 1, \\ 0.64, & 1 \leq x < 2, \\ 0.85, & 2 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

Určete:

- (a) pravděpodobnostní funkci $p(x)$,
- (b) rozptyl $D(3 - 5X)$,
- (c) modus náhodné veličiny X ,
- (d) pravděpodobnostní funkci transformované náhodné veličiny $Y = X^2$.

Příklad 3. Z dlouhodobého pozorování víme, že průměrně z každých 10 zasazených semen určité rostliny vypěstujeme 8 zdravých rostlin. Zasadíme-li 25 semen, určete

- (a) pravděpodobnostní funkci počtu zdravých rostlin X ,
- (b) pravděpodobnost, že zdravých rostlin bude alespoň 23,
- (c) nejpravděpodobnější počet zdravých rostlin.

Ukázkový zápočtový test č. 2.

Příklad 1. Pojišťovací společnost rozlišuje při pojišťování tři skupiny řidičů A, B a C. Pravděpodobnosti, že řidič bude mít během roku nehodu, jsou pro skupiny postupně 0.03, 0.06 a 0.1. Společnost eviduje 70 % smluv s řidiči skupiny A, 20 % skupiny B a 10 % skupiny C.

- (a) Určete pravděpodobnost, že řidič pojištěný u společnosti bude mít během roku nehodu.
- (b) Jestliže došlo k nehodě pojištěného řidiče, jaká je pravděpodobnost, že patří do skupiny C?

Příklad 2. Spojitá náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ a + \frac{b}{x}, & 2 \leq x. \end{cases}$$

Určete:

- (a) konstanty $a, b \in \mathbb{R}$,
- (b) hustotu náhodné veličiny X ,
- (c) $P(X > 1)$, $P(0 \leq X \leq 3)$,
- (d) medián náhodné veličiny X .

Příklad 3. V rybníku je neznámý počet ryb R . Bylo vyloveno 56 ryb, tyto byly označeny a následně puštěny zpět do rybníka. Po nějaké době bylo z rybníka vyloveno 40 ryb. Označme X počet označených ryb vylovených při druhém výlovu.

- (a) Určete pravděpodobnostní funkci počtu označených ryb X .
- (b) Jaký je nejpravděpodobnější počet označených ryb při druhém výlovu za předpokladu, že v rybníku je celkem $R = 200$ ryb.
- (c) Předpokládejme, že při druhém výlovu bylo 12 ryb označených. Je pravděpodobnější, že v rybníku je celkem $R = 180$ nebo $R = 200$ ryb?

Ukázkový zápočtový test č. 3

Příklad 1. Hodíme třikrát ideální sedmistěnnou kostkou, jejíž stěny jsou označeny čísly $1, \dots, 7$.

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že součet výsledků všech hodů bude sudé číslo (jev A)?
- (b) Jaká je pravděpodobnost, že padne alespoň jedno liché číslo (jev B)?
- (c) Jsou jevy A a B nezávislé?

Příklad 2. Náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2}, & 1 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete:

- (a) konstantu $c \in \mathbb{R}$,
- (b) distribuční funkci $F(x)$,
- (c) $P(-1 \leq X < 3)$, $P(X = 3)$,
- (d) kvartil $x_{0.75}$.

Příklad 3. Předpokládejte, že obsah chlóru ve vodě je náhodná veličina s normálním rozdělením se střední hodnotou 0.15 mg/l a směrodatnou odchylkou 0.2 mg/l.

- (a) Určete pravděpodobnost, že obsah chlóru překročí mezní hodnotu 0.3 mg/l, která je stanovena vyhláškou.
- (b) Určete jako hodnotu překročí obsah chlóru s pravděpodobností 0.95 .