

# Informace ke zkoušce z předmětu BAA011 (Matematika 4)

Zkouška:

Okruhy ke zkoušce:

## I. Teorie pravděpodobnosti

1. Rozdělovací a distribuční funkce. Výpočet a vlastnosti pravděpodobnosti, marginální rozdělení, nezávislost náhodných veličin, číselné charakteristiky náhodných veličin a vektorů, transformace náhodných veličin.
2. Výpočet pravděpodobnosti v případě speciálních zákonů rozdělení.

## II. Matematická statistika

1. Intervalový odhad parametrů rozdělení
2. Testování hypotéz

## Literatura

Základní literatura k předmětu jsou skripta FAST:

- [1] Koutková, H., Moll, I.: Základy pravděpodobnosti. CERM, Brno, 2011.
- [2] Koutková, H.: Modul M03, Základy teorie odhadu. CERM, Brno, 2007.
- [3] Koutková, H.: Modul M04, Základy testování hypotéz. CERM, Brno, 2007.
- [4] Koutková, H., Dlouhý, O.: Sběrka úloh z pravděpodobnosti a matematické statistiky. CERM, Brno, 2017.

Další doporučená literatura:

- [1] Anděl, J.: Statistické metody. MetFyzPress, Praha, 1998.
- [2] Neubauer, J., Sedláčik, M., Kříž, O.: Základy statistiky. Aplikace v technických a ekonomických oborech. Grada, Praha, 2012.

# Zkouška

Semestrální zkouška je písemná, přičemž alespoň jeden příklad bude na teorii pravděpodobnosti a jeden na matematickou statistiku. Výsledné hodnocení je dáno klasifikační stupnicí ECTS podle Studijního a zkušebního řádu VUT (100–90 bodů: A, 80–89 bodů: B, 70–79 bodů: C, 60–69 bodů: D, 50–59 bodů: E, 0–49 bodů: F).

Student má povinnost prokázat se u zkoušky ISIC kartou, případně jiným platným dokladem totožnosti. Jinak může být ze zkoušky vyloučen.

Každý student si s sebou přinese:

Psací potřeby

Kalkulačku

3 čisté listy papíru A4 sešité sponkou

Statistické tabulky s vybranými základními vzorci

## Ukázkový zkouškový test č. 1:

Příklad 1. Náhodná veličina  $X$  má hustotu

$$f(x) = \frac{c}{x^2+1}, x \in (0,1)$$

Určete

- Konstantu  $c$  a nakreslete graf hustoty
- Distribuční funkci a nakreslete její graf
- Pravděpodobnosti  $P\left(X > \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ,  $P\left(X \leq \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ,  $P\left(X = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
- Medián  $x_{0,5}$  a střední hodnotu  $E(X)$

Příklad 2. Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$G(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a + bx, & x \in (-1,1) \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Určete hustotu pravděpodobnosti náhodné veličiny  $Y = \arctg(X)$

Příklad 3. Realizace náhodného výběru z normálního rozdělení je:

12,3 10,9 11,1 11,9 11,8 10,8 10,9 11,2 11,2 11,1

Vypočítejte realizace 99% intervalových odhadů:

- Intervalového odhadu skutečné směrodatné odchylky, známe-li střední hodnotu  $\mu = 10$
- Pravostranného intervalového odhadu skutečné směrodatné odchylky, známe-li střední hodnotu  $\mu = 10$
- Levostranného intervalového odhadu skutečné střední hodnoty, je-li rozptyl roven 1,985

Příklad 4. Napište všechny Vám známé vlastnosti pravděpodobnosti.

### Ukázkový zkuškový test č. 2:

Příklad 1. Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$G(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ c(1 - e^{-x}), & x \geq 0 \end{cases}$$

Určete konstantu  $c$ , pravděpodobnosti  $P(X \geq 1)$ ,  $P(X < 1)$ ,  $P(X \in (1,2))$ , 80% kvantil, hustotu pravděpodobnosti, střední hodnotu, rozptyl a namalujte grafy hustoty i distribuční funkce náhodné veličiny  $X$ .

Příklad 2. Na 100 m vozovky je průměrně 10 nerovností přesahujících předepsanou mez. Určete pravděpodobnost, že na 10 m vozovky:

- Nebude žádná nevyhovující nerovnost
- Budou více než 2 nevyhovující nerovnosti

Příklad 3. Bylo provedeno 25 stochasticky nezávislých měření vzdálenosti (jediným přístrojem) a příslušné chyby měření byly rozříděny do tabulky

$\Omega_j[mm]$	$(-0,3; -0,1)$	$(-0,1; 0,1)$	$(0,1; 0,3)$
$n_j$	7	14	4

Ověřte na hladině významnosti  $\alpha = 0,05$  zda má chyba přístroje normální rozdělení s nulovou střední hodnotou. Použijte Pearsonův (chí-kvadrát) test.

Příklad 4.

- a) Definujte nestranný, nejlepší nestranný a konzistentní bodový odhad parametru rozdělení
- b) Jaký je vztah mezi intervalovým odhadem a pravděpodobností?
- c) Jaké jsou důsledky zvětšení kritického oboru na test o nulové hypotéze  $H_0$ ?

Ing. Pavel Špaček, PhD, garant předmětu