

# Informace ke zkoušce z předmětu BAA003, BA003

## Přehled základních úloh

### I. Integrální počet II

1. *Dvojný integrál*. Výpočet podle Fubiniovy věty i pomocí transformací (polární souřadnice, zobecněné polární souřadnice).
2. *Geometrické aplikace dvojného integrálu* (plošný obsah obrazce a části plochy, objem tělesa).
3. Výpočet momentů a těžiště tenké desky.
4. *Trojný integrál*. Výpočet podle Fubiniovy věty i pomocí transformací (cylindrické a sférické souřadnice, zobecněné cylindrické souřadnice).
5. *Aplikace trojného integrálu* (objem, hmotnost a těžiště tělesa).
6. *Křivkový integrál ve skalárním poli*. Výpočet a aplikace (délka křivky, obsah válcové plochy).
7. *Výpočet hmotnosti, momentů a těžiště tenkého drátu*.
8. *Divergence a rotace vektorového pole*.
9. *Křivkový integrál ve vektorovém poli*. Výpočet a aplikace (práce, Greenova věta, obsah rovinné oblasti).
10. *Nezávislost křivkového integrálu na integrační cestě*, výpočet potenciálu (v  $\mathbb{R}^2$  i  $\mathbb{R}^3$ ).

### II. Diferenciální rovnice

1. *Diferenciální rovnice 1. řádu*. Výpočet obecného a partikulárního řešení pro rovnice separované, lineární a exaktní.
2. *Lineární diferenciální rovnice 2. řádu* s konstantními koeficienty, homogenní a nehomogenní. Řešení metodou neurčitých koeficientů a variací konstant.

Semestrální zkouška je písemná.

- Písemná práce trvá 90 minut.
- V příkladové části je jeden dvojný nebo trojný integrál, jeden křivkový integrál, jeden příklad z diferenciálních rovnic 1. nebo 2. řádu. U případných technických aplikací budou součástí zadání vzorce.
- Otázky vycházejí z přednášek a mohou mít i podobu minipříkladů.
- Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).

- Každý student si přinese psací potřeby a sešíváčkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.
- Nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.
- Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.
- Semestrální zkouška studenta je hodnocena 100 body a je úspěšná, jestliže je počet bodů z písemné práce alespoň 50.

#### Ukázková písemná práce 1:

1. Určete hmotnost rovinné oblasti  $\Omega = \left\{ [x, y]: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1, x > 0, y > 0 \right\}$  s plošnou hustotou  $\rho(x, y) = x^2 y$ .
2. Ukažte, že integrál  $\int_A^B z dx + (y^2 + z) dy + (x + y) dz$  nezávisí na integrační cestě a najděte jeho hodnotu mezi body  $A[0,0,1]$  a  $B[1,1,0]$ .
3. Řešte diferenciální rovnici  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$
4. Zdůvodněte, zda je DR  $\left( \ln(x - y) + \frac{x}{x-y} \right) dx - \frac{x}{x-y} dy = 0$  exaktní.
5. Zakreslete oblast v prostoru a stanovte její meze pomocí cylindrických souřadnic.  

$$\Omega: x^2 + y^2 < z^2, z > 0, z < 4$$

#### Ukázková písemná práce 2:

1. Vypočítejte integrál  $\iiint_{\Omega} (x^2 - y) dx dy dz$ , oblast  $\Omega$  je omezena plochami  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 9, x^2 + y^2 + z^2 \leq 16$
2. Určete obsah válcové plochy s řídící křivkou  $\gamma: x^2 + y^2 = 9$  v rovině  $z = 0$  ohraničené plochami  $z = 0, z = 3 + \frac{x^2}{3}$ .
3. Řešte diferenciální rovnici  $y'' + 2y' + 10y = 2x^2 + e^x \sin x$
4. Určete Jakobián transformace proměnných  $x, y$  do proměnných  $u, v$ .  
 $x = \cos(2u) + \sin(2v), y = \sin(2u) + \cos(2v)$ .
5. Najděte řešení diferenciální rovnice  $y' y^2 + y' = x$ .